O USO DAS ESTRUTURAS ADITIVAS EM ALUNOS DA EDUCAÇÃO SUPERIOR[1]

Izânia Maria Aquino de Sá Leitão [2]

Tânia Maria de Freitas Rossi[3]

RESUMO

Este trabalho pretendeu verificar se educadores em formação no curso de pedagogia de uma instituição de educação superior particular apresentam dificuldades no uso e na compreensão de estruturas aditivas e se tal fato influencia as futuras práticas pedagógicas destes atores. Para tanto, estudantes do 6º e 7º semestres foram submetidos a um conjunto de problemas das seis categorias da estrutura aditiva e a uma entrevista individual com perguntas pertinentes ao modo como eles resolveram os problemas propostos. A análise dos dados obtidos teve como parâmetros a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Os resultados apontaram que os estudantes de pedagogia sentem dificuldade em matemática e se dizem inseguros para ensinar os conteúdos básicos de matemática para as séries iniciais.

Palavras-chave: Estruturas Aditivas; Campos Conceituais; Educação Superior.

USE OF STRUCTURES ADDITIVE IN STUDENTS OF HIGHER EDUCATION

ABSTRACT

This study sought to check whether educators in training in pedagogy course of a private higher education institution have difficulties in the use and understanding of additive structures and this fact influences future teaching practices of these actors. Therefore, students 6 and 7 semesters were submitted to a set of problems of the six categories of additive structure and individual interviews with relevant questions to how they solved the problems posed. The data analysis was as parameters to the Conceptual Fields Theory of Gerard Vergnaud. The results showed that the pedagogy students feel mathematics in difficulty and say unsafe to teach basic math content for the initial series.

[1] Artigo baseado no Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Pedagogia e integrante do Grupo de Estudos sobre Inclusão Social na Educação Superior do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisa do Icesp-Promove de Brasília.
[2] Aluna do Curso de Pedagogia do Icesp-Promove de Brasília
[3] Professora Curso de Pedagogia do Icesp-Promove de Brasília, orientadora do TCC.

Keywords: Additive structures; Conceptual Fields; Higher Education.

1. INTRODUÇÃO

É fato que a dificuldade em matemática permeia toda a educação, reflexo, quem sabe, de uma supervalorização dessa área do conhecimento, que assume o caráter quase mítico. Os significados que os alunos atribuem às situações-problema propostas e a formação deficiente dos professores fazem da relação entre o professor, o aluno e a matemática uma mistura desastrosa que leva, muitas vezes, à falta de estímulo do professor em função dos fracassos obtidos no ensino e à hostilidade do estudante dirigida à disciplina e ao professor que a ensina. Para Rufino (2010), os problemas que os alunos e professores admitem ter durante o ensino e aprendizagem da matemática dizem respeito principalmente ao entendimento (ou falta de entendimento) que têm de seus conteúdos.

Considerando especificamente as dificuldades discentes, esta problemática, encontra na didática um dos principais responsáveis que causam instabilidade e certa antipatia histórica pela disciplina. O mau desempenho em seus conteúdos básicos pode também ser atribuído à interpretação equivocada e ao desconhecimento dos termos técnicos específicos nesta área (MARTINS, 2013).

O ensino e a aprendizagem dos conteúdos específicos no processo de escolarização têm, ao longo do tempo, sofridos transformações. Entretanto, os problemas enfrentados pelos alunos, independentemente do conteúdo a ser aprendido, estão para Rufino (2010), diretamente ligados ao déficit de compreensão e interpretação das situações problemáticas a que são solicitados solucionar. É o que ocorre no processo que requer do estudante competências específicas. Mas os professores igualmente se queixam de desconhecer os campos conceituais das estruturas matemáticas e encontram poucas soluções para contornar tais dificuldades, comportamento que pode refletir no desempenho dos estudantes.

Considerando que nas séries iniciais são construídos conceitos básicos enquanto subsunçores da matemática a ser internalizada ao longo do processo de escolarização, é importante identificar e compreender as competências do educador em relação aos conteúdos matemáticos, seus limites e possibilidades. A literatura (SANTANA, 2012; MOREIRA, 2002; JUSTO, 2010; MAGINA, 2008;) indica carências fundamentais na formação do professor.

Para Santana (2012) “[...] os professores dos anos iniciais, que em sua maioria são polivalentes, precisam ter em sua formação inicial, e nas formações continuadas, uma melhor preparação para o trabalho com os conteúdos específicos da área de Matemática.” (pag. 244). De fato, os primeiros conceitos científicos começam a ser formados no ensino Fundamental e dentre eles estão os conceitos matemáticos cuja aprendizagem é influenciada pelo meio cultural. Nas atividades cotidianas, os sujeitos precisam dominar minimamente a matemática para compreender as diversas situações que envolvem operações numéricas, tecnologias de forma geral e os significados das informações que são veiculadas na mídia (MAGINA, 2008).

O contexto social em que o estudante interage solicita, demanda, exige um conjunto de saberes matemáticos e sua aprendizagem deve, pois, seguir a linha de desenvolvimento social e projetar-se além, antevendo as necessidades de competências futuras.

A natureza social da matemática mostra que, a despeito de a aquisição do conhecimento e a formação de competências serem internalizados individualmente, os métodos usados na aprendizagem da matemática são intersubjetivos. Ensino ocorre no espaço intersubjetivo e é apropriado de modo intrasubjetivo, sendo, pois, interdependentes. Um método inadequado ou que não considere as especificidades do estudante pode engendrar dificuldades o que é agravado pela escassez de tempo empregado no ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos e pelo excesso de conteúdos a ser trabalhado sem a devida compreensão.

Nesta perspectiva, Gérard Vergnaud (2001) destaca que a aprendizagem da matemática se dá em longo prazo, ou seja, durante todo o tempo de permanência do indivíduo na escola. Na linha graduada de tempo do desenvolvimento acontecem as filiações que são competências adquiridas apoiadas nas já existentes e de rupturas onde as competências existentes são esquecidas em favor de novos conhecimentos. A aprendizagem também se configura em curto prazo, sendo atribuída à intermediação do professor, o fator facilitador, que direcionando, media e promove o processo de desenvolvimento do estudante. O professor, como principal mediador do conhecimento no ambiente escolar, é mais que coadjuvante no processo de ensino-aprendizagem. A chave para sanar algumas dificuldades pode ser, assim, investir na formação dos profissionais da educação promovendo estratégias que os capacitem ao ensino, com qualidade (JUSTO 2010).

No caso da matemática, os esforços devem ser direcionados para a construção do pensamento lógico-matemático e para as estruturas matemáticas uma vez que ambos são a porta de entrada dos demais conteúdos complexos dessa área de estudo.

É interessante destacar que, não raro, os professores das séries iniciais, considerados polivalentes, optam pelo curso de pedagogia por estar inserido nas Ciências Humanas, com pouca conexão ou nenhuma com as matemáticas. Justo (2010) afirma que muitos destes professores atuam em sala de aula e não demonstram conhecimento de conteúdos e de estratégias didáticas para o ensino da matemática nos anos iniciais (JUSTO 2010).

Sabe-se que o investimento na formação e na especialização do professor os torna mais experientes e preparados para utilizar ferramentas e metodologias que beneficiam o aprendizado e para detectar com maior rapidez e facilidade as dificuldades que os estudantes encontram em disciplinas como a matemática. Auxilia, também, lidar com os erros cometidos pelos estudantes que se transformam em uma base para uma investigação sobre as causas e as estratégias a serem utilizadas para que os alunos ultrapassem as barreiras que impeçam seu aprendizado (CURY E BISOGNIN, 2009, apud CARDOSO, 2013). A reversão do quadro passa, portanto, pelo investimento na formação dos professores que lidam com as series iniciais, em primeira instância. A iniciação à aprendizagem de um dado conteúdo influencia a apropriação do conhecimento em fases mais avançadas, se não a determinar (apud MOREIRA, 2002).

Gerard Vergnaud, (1990) chama a atenção para a necessidade de compreensão e revisão da maneira como a matemática é apresentada nas séries iniciais. Um dos caminhos a serem percorridos, ou o seu ponto de partida, é justamente verificar como o educador em formação lida com a matemática nos cursos de pedagogia.

O desempenho em matemática de estudantes que ingressam na educação superior, por exemplo, põe em cheque o ensino-aprendizagem que ocorreu durante os 12 anos (no mínimo) de desenvolvimento da educação básica como retratam Rufino (2010) e Magina (2008). As dificuldades que grande parte dos estudantes do nível superior trazem para o contexto acadêmico podem ter como causa principal a iniciação matemática ou matematização, período no qual desenvolvem o raciocínio lógico–matemático e as composições matemáticas básicas como as estruturas aditivas e multiplicativas preliminares.

Há um conjunto de estudos (MARTINS, 2013; JUSTO, 2010; ALMEIDA, 2006) que se ocupa de descrever e analisar a participação do professor no processo de ensino-aprendizagem da matemática e, entre outros aspectos, analisam procedimentos didáticos, conhecimento do conteúdo a ser ministrados, modelos de interação utilizados em sala de aula, metodologias bem sucedidas, dificuldades de aprendizagem, dentre outras. O foco, portanto, está no professor em atuação. Poucas investigações se dedicam a verificar quais as dificuldades que professores em formação apresentam quanto às composições básicas da matemática e se estas são superadas no processo de formação docente, antes da inserção em sala de aula. É premente que se compreenda mais e melhor se os educadores em formação apresentam dificuldades nas estruturas matemáticas básicas e mais detidamente que se focalize o professor de formação polivalente, ou seja, o pedagogo que atua nas séries iniciais da educação básica (SANTANA (2012).

Neste contexto, o objetivo este trabalho tem como objetivo apresentar resultados de uma investigação que pretendeu verificar se educadores em formação no curso de pedagogia de uma instituição de educação superior privada apresentam dificuldades no uso e na compreensão de estruturas aditivas e como tal fato pode influenciar as futuras práticas pedagógicas destes atores.

O objetivo foi gerar contribuições relevantes que auxiliem a tematizar e compreender o processo de formação de pedagogos das séries iniciais, no que diz respeito às competências e habilidades para lidar com as estruturas básicas da matemática, em especial as estruturas aditivas. Optou-se por investigar as estruturas aditivas por ser o conjunto de situações que pedem uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações para serem resolvidas em uma da situação matemática, fundamento para a aprendizagem dos conteúdos subseqüentes, nesta área do conhecimento.

Importantes conceitos que facilitam a compreensão de como o estudante representa e lida com a matemática escolar são apresentados na teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (1990), autor cujas contribuições serviram de fundamento teórico do trabalho em epígrafe.

2. Teoria dos Campos Conceituais

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática, um dos princípios fundamentais para o ensino é que:

> A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. (PCNs, 1997, pag.19)

Nesta perspectiva a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gerard Vergnaud (1990) busca disponibilizar conceitos que facilitem a acomodação dos alunos diante de novas situações de aprendizagem, possibilitando a compreensão das rupturas necessárias entre os conhecimentos já existentes e aqueles a serem adquiridos.

A Teoria de Gérard Vergnaud nasceu dos ensinamentos de Piaget que atribuía a aquisição do conhecimento a processos de adaptação, desequilibração e reequilibração, e também de Vygotsky cuja visão de aprendizagem está vinculada indissociavelmente às interações sociais (MOREIRA, 2002). O autor desenvolveu sua Teoria dos Campos Conceituais (TCC) para compreender como são construídos os conhecimentos matemáticos e como os alunos chegam até eles.

Campo Conceitual é definido como “ um conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólica em estreita conexão” (GERARD VERGNAUD, 1986, pag. 84). Conceitos dizem respeito à união dos conjuntos de situações, invariantes e representações simbólicas que se complementam. Cada conceito é resultado de situações diferentes e, por isso, não se pode exigir que todas as pessoas aprendem do mesmo jeito e no mesmo tempo.

O conceito é definido, então, como a união de três elementos (S.I.R.) onde: S é um conjunto de situações, I é um conjunto de invariantes e R as representações simbólicas. As situações são tarefas significativas para o estudante e o conceito de esquema é o articulador lógico que organiza o comportamento para uma determinada situação.

Os esquemas são baseados nas formas de organização motoras e intelectuais que os sujeitos constroem durante o seu desenvolvimento cognitivo. Há uma conexão entre o procedimento adotado pelo estudante e a representação que ele utiliza para nomear um dado esquema. A Teoria dos Campos Conceituais atribui à seleção de um determinado esquema considerado adequado a três tipos de invariantes: às hipóteses, aos conceitos em ação e aos teoremas em ação. Ou seja, o campo conceitual é o conjunto de situações que envolvem vários processos matemáticos e resultam em conjuntos de conceitos e teoremas que permitem a compreensão das tarefas matemáticas (GODINO, 1990). Situações neste contexto, correspondem a significados dados a um conjunto de funções exercidas pelo sujeito, ou ainda, uma combinação relativa de informações conhecidas ou não, que correspondem a um número maior de situações problemas. Um teorema-em-ação é uma proposição que pode ser verdadeira ou falsa. Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida com pertinente, relevante (VERGNAUD, 1998). O teorema-em-ação e o conceito-em-ação não configuram teoremas e conceitos propriamente ditos, uma vez que estão implícitos nas tentativas de resolução apresentadas pelo estudante.

Os conceitos prévios que os indivíduos apresentam sobre determinado assunto ou situação, podem causar dificuldades no momento do aprendizado, pois o conhecimento, conforme Moreira (2002), é adquirido com êxito de acordo com o modo ao qual é percebido. Os conhecimentos que os estudantes trazem são ponto de partida para construção do conhecimento em qualquer área científica.

Neste sentido, o professor é um intermediador cujo papel está em ajudar o estudante no processo de aprendizagem. Considerando que, a cada situação nova, procura-se nas próprias experiências uma maneira de o sujeito acomodar-se dentro da realidade, deve-se adaptar os conhecimentos já assimilados com as melhores formas para resolver conflitos, selecionando ou mudando a maneira de fazer que melhor acomode-se a situação apresentada (MOREIRA, 2002).

2.1 Estruturas aditivas

Para Vergnaud (1990), as estruturas aditivas configuram um conjunto de situações que demandam uma solução por meio de uma adição, uma subtração ou uma combinação das duas operações e, ao mesmo tempo, pelo conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. O conjunto de estruturas aditivas está organizado em torno de três grupos gerais de problemas envolvendo estado e relação, a saber, problemas de composição; de transformação e problemas de comparação. O primeiro são aqueles em que duas partes se juntam para formar um todo. O segundo diz respeito a situações em que há um estado inicial, uma transformação (positiva ou negativa) e um estado final. O terceiro, finalmente, apresenta uma comparação ou uma relação entre dois todos.

As estruturas aditivas são caracterizadas por conceitos de estado e relação e divididas em seis relações de base: parte-parte-todo; transformações de estados; comparação de estados; composição de duas transformações; composição das relações e transformação de uma relação.

Guimarães (2005) apresenta uma interessante definição das relações de base e Kato (2013, pag.39-49) uma síntese de problemas envolvendo estas relações. A relação parte-parte-todo se refere a uma junção de uma parte com outra parte para formar um todo. Ex: Segundo o censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2011, pela primeira vez no Brasil, os brancos são menos da metade da população total. Dos 190.755.799 habitantes registrados nesse ano, 99.697.545 declararam-se de cor negra, parda, amarela ou indígena. Quantos são os brancos?

Nas transformações de estados está presente, no estado inicial, uma quantidade que se transforma e aporta ao estado final com outra quantidade, envolvendo perda/ganho ou acréscimo /decréscimo. Ex: João fará uma viagem de Maringá para Campo Grande no próximo sábado, partindo no voo das 11h10 min. e chegará às 11h20min., hora local. Qual a duração prevista desta viagem, sabendo que o fuso horário de Campo Grande possui 1h de atraso com relação ao de Maringá?

Na comparação de estados duas quantidades são cotejadas, sendo uma referente e a outra referida. Ex: Carlos emprestou a Antônio R$300,00. André também possui uma dívida com Carlos, mas supera a dívida de Antônio em R$250,00. Qual a dívida de André?

A composição de duas transformações diz respeito à reunião de duas transformações para formar um todo transformado. Ex: A mãe de Pedrinho colocou algumas laranjas numa cesta para ele levar à sua avó. No caminho, Pedrinho chupou cinco laranjas, mas ficou preocupado, assim parou no sítio do Senhor Raul e colheu mais laranjas. Ao chegar à casa de sua avó, contou as laranjas da cesta e percebeu que havia seis a mais do que a quantidade que sua mãe havia colocado pela manhã. Quantas laranjas Pedrinho pegou no sítio do Senhor Raul?

Na composição das relações está presente a operação de adicionar quantidades que ocasionaram as transformações. Ex: Qual é o saldo de uma equipe de basquete que marcou 230 pontos e sofreu 251 pontos?

Finalmente, a transformação de uma relação se refere à adição de duas quantidades que ocasionaram as transformações para formar uma outra relação transformada. Ex: Felisberto tem um imóvel em Orticária e deve R$ 1.230,00 de IPTU (Imposto Territorial Urbano) para a prefeitura desta cidade, que por sua vez tem uma dívida trabalhista com Felisberto de R$ 345,99. Se a dívida trabalhista puder ser utilizada para o abatimento no valor do IPTU, qual a dívida de Felisberto com a prefeitura?.

Para compreender e efetivamente utilizar as estruturas aditivas, há um longo caminho de construção do conhecimento que necessita a competente mediação do professor. Ele deve dominar o conjunto de situações possíveis engendradas pelos problemas aditivos a serem resolvidos, de modo a auxiliar os estudantes na acomodação de seus próprios pontos de vista, na acomodação dos procedimentos envolvendo as novas relações (a inversão, a composição e a decomposição de transformações, etc) e/ou dados novos (grandes números, decimais, frações, dentre outros). Para Vergnaud (1986) esta seria a maneira de permitir ao estudante a análise da situação problema e de seus elementos com mais profundidade e também o caminho para a revisão ou ampliação das concepções que eles já possuem.

Fica destacada, assim, a importância do papel do professor na mediação da resolução de situações problema, considerando que, nos acertos, ele deverá entender as estratégias utilizadas para realizar a tarefa solicitada. As contribuições de Vergnaud (1986) configuram importantes subsunçores para a compreensão e análise do modo como os estudantes de um curso de pedagogia lidam com as estruturas aditivas, já antevendo as repercussões que esta competência (ou sua falta) terá na vida profissional, quando imersos na tarefa de ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.

3. Metodologia

Para verificar se educadores em formação no curso de pedagogia de uma instituição de educação superior particular apresentam dificuldades no uso e na compreensão de estruturas aditivas e como tal fato pode influenciar as futuras práticas pedagógicas destes atores, optou-se pela abordagem qualitativa de pesquisa. O objetivo foi compreender as intenções e os significados que cada estudante elaborou ao solucionar os problemas envolvendo estruturas aditivas e suas possíveis consequência sobre a futura docência de cada um dos atores.

Participaram da investigação 7 estudantes do 6º e 7º semestres do curso de Pedagogia de uma instituição particular de ensino superior, localizada no Guará, cidade satélite do Distrito Federal, que assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e concordaram integrar a investigação.

Foram utilizados dois instrumentos para a coleta de dados: um conjunto de problemas das seis categorias da estrutura aditiva, adequados ao nível de escolaridade dos participantes, conforme apresentado por Vergnaud (2009, apud KATO et. al, 2013) e uma entrevista individual, cujo roteiro continha perguntas críticas sobre como cada estudante solucionou os problemas propostos.

Solicitou-se que um professor de didática da matemática da instituição pesquisada, solucionasse cada problema, explicitando o raciocínio lógico-matemático e os algoritmos necessários à correta solução.

Os estudantes responderam individualmente os problemas propostos e, em seguida, foram entrevistados para que explicitassem os procedimentos adotados na resolução de cada situação problemática, fazendo a metacognição do caminho percorrido.

A análise dos dados voltou-se à construção individual, ao significado do conhecimento apreendido e aos conceitos construídos pelos participantes, tomando como parâmetros a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) que atribui às dificuldades que os alunos parecem ter em matemática ao método, sentido e tempo empregados no ensino-aprendizagem dos conceitos.

4. Apresentação e Discussão dos Resultados

Os resultados obtidos foram descritos a partir de duas categorias, a saber:

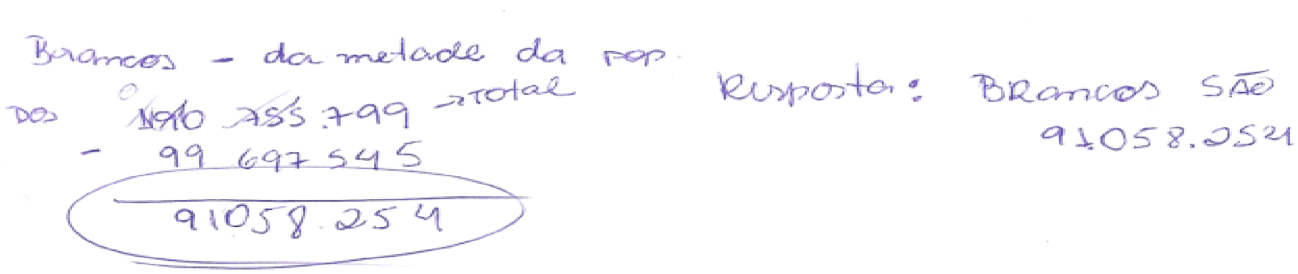
a. Cálculo relacional que diz respeito ao teorema em ação e aos conceitos em ação, enunciados de forma escrita pelo estudante, constituindo um esquema. O cálculo relacional é uma modalidade de invariante operatório ou conhecimento contido nos esquemas que o estudante já desenvolveu. Evidencia se o teorema em ação e o conceito em ação estão corretos ou incorretos, em relação à situação problemática em foco, podendo, por sua vez, gerar um resultado correto ou incorreto ao problema.
b. Sem cálculo relacional: o teorema em ação e conceitos em ação não são explicitados por escrito, o que permite apenas uma inferência a partir dos resultados que gera, ou seja, um resultado correto ou incorreto ao problema.

4.1 As situações Problemáticas

A situação problemática envolvendo composição ou parte-todo foi a que se segue: Segundo o censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2011, pela primeira vez no Brasil, os brancos são menos da metade da população total. Dos 190.755.799 habitantes registrados nesse ano, 99.697.545 declararam-se de cor negra, parda, amarela ou indígena. Quantos são os brancos?

A resolução implica, pois, a subtração do total dos habitantes registrados, no ano de 2011, do somatório aqueles que se declararam da cor negra, parda, amarela ou indígena, isto é, 99.697.545 habitantes, obtendo que 91.058.254 são habitantes de cor branca. Em função da facilidade na resolução, houve 100% de acerto, com explicitação do cálculo relacional. Gerard Vergnaud (apud Moreira, 2002) atribui o êxito à rapidez na compreensão da situação que oferece baixo nível de complexidade, em função da maturidade cognitiva já alcançada pelos estudantes e, também, do tempo de escolaridade que possuem. É o que demonstra a estudante B. que organiza um esquema que lida, inicialmente, com uma inferência por meio de aproximação dos dados parciais sobre os habitantes brancos, através de um cálculo não relacional, ao afirmar que os brancos perfazem a metade da população (não grafa que seriam 95.377.890 habitantes). Em seguida, realiza a operação e encontra o resultado correto, o que, evidentemente, não anula o teorema em ação que utiliza para lidar com a situação, mas o fortalece, pois tem a consciência de que há conexão entre o cálculo mental aproximado e o algoritmo registrado. Vergnaud (1990) sustenta que os algoritmos são esquemas e como tal, são eficazes, mas nem sempre efetivos. A confiabilidade nos esquemas escolhidos pelos estudantes, tanto no caso de B. como nos demais, permitiu o êxito, mostrando que a resolução é fruto da compreensão das relações entre os dados do problema.

Figura 01: Estudante B. – Cálculo Relacional/resposta correta



Já na transformação de estados, as situações são caracterizadas por um estado inicial que sofre uma transformação (com perda ou ganho) e resulta no estado final tal como na situação problemática que se segue: João fará uma viagem de Maringá para Campo Grande no próximo sábado, partindo no Voo das 11h10 min. e chegará às 11h20min, hora local. Qual a duração prevista desta viagem, sabendo que o fuso horário de Campo Grande possui 1h de atraso com relação ao de Maringá?

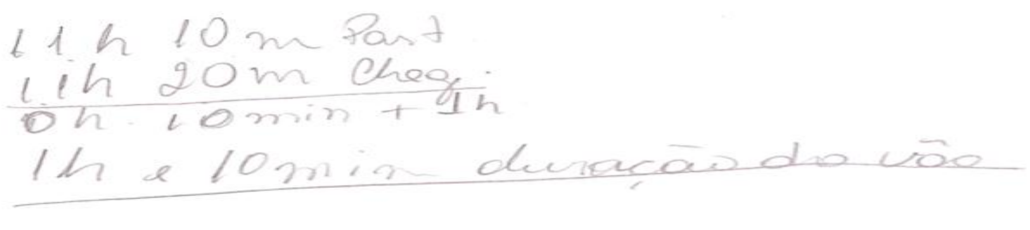
A solução pressupõe subtrair o horário da chegada de 11h20min, em relação ao horário da partida que é de 11h10min, chegando a um resultado de 10min. Em seguida, somar o resultado ao fuso horário de 1h, perfazendo o total de 1h10min de duração da viagem entre as cidades.

Neste problema quatro diferentes teoremas em ação e conceitos em ação foram apresentados pelos estudantes, a demonstrar maior instabilidade na compreensão e na interpretação nas tentativas de resolução. Dos participantes, 4 realizaram o cálculo relacional, com 2 respostas corretas e 3 resolveram o problema sem efetivar o cálculo relacional, com apenas uma resposta correta.

A estudante A, por exemplo, armou uma operação sem um sinal que indicasse o tipo de algoritmo pretendia utilizar. Fez um esquema cronológico e lógico, considerando primeiro a partida e segundo a chegada. Realizou uma subtração na qual o subtraendo e o minuendo ocuparam as posições um do outro. O minuendo deveria indicar o total do qual se subtraia determinada quantidade. O subtraendo deveria indicar o total a ser subtraído e a diferença seria o resultado da operação. A. cria um algoritmo no qual opera com, simultaneamente, uma subtração e uma adição, por cálculo não relacional e chega a um resultado correto. Demonstra que a construção do conhecimento já efetivado pela estudante ocorreu por meio de um grande número de situações e problemas em que ele possuía já certa familiaridade. De fato, conhecimento para Vergnaud (1990) é o saber fazer e o saber expresso, organizado em campos conceituais cujo domínio ocorre por meio da experiência, maturação e aprendizagem mesmo ferindo as normas de uso formal dos algoritmos escolares.

Figura 2: Estudante A.

Calculo Relacional/resposta correta



Já o estudante B. demonstrou uma compreensão equivocada da situação descrita, possivelmente por desconhecer conceitos nela implicados. O conceito de fuso horário, embora amplamente utilizado, podia não ser do domínio do estudante, não ter um significante e um referente que lhe facultasse sentido. É necessário que saiba que a Terra possui 360°, e o dia é composto por 24 horas. Ao dividir 360° por 24, totaliza-se 15°, o que corresponde a 60 minutos, ou seja, 1 hora. Se o movimento de rotação é responsável pelo surgimento dos dias e das noites, há diferentes horários distintos no mundo, o que levou à criação do sistema de fusos horários.

Ao todo, o planeta possui 24 fusos e cada um desses corresponde a uma linha imaginária traçada de um polo ao outro, sendo que cada fuso se encontra entre dois meridianos. Em consequência, a porção terrestre contida nesse intervalo possui o mesmo horário. O Meridiano de Greenwich foi escolhido para ser o meridiano principal, sendo considerado o ponto inicial ou referencial para a implantação dos fusos. No sentido, a leste do Meridiano de Greenwich, a cada fuso adianta-se uma hora, e, no sentido oeste, atrasa-se uma hora. É necessário que o estudante tenha se defrontado com tais conceitos e minimamente os tenha dominado, para resolver a situação proposta. Para conhecer, há que encampar a ideia de variedade, ou seja, há que ocorrer uma variedade importante de situações num dado campo conceitual a ponto de as variáveis de situação configurarem um conjunto das classes possíveis de modo organizado. O conceito de fuso é um campo conceitual que necessita outros conceitos que lhe dêem organicidade e constituam uma classe sistemática. Também, encampa a ideia de história já que os conhecimentos dos estudantes são constituídos nas e pelas situações que eles vivenciam e gradativamente se apropriam, de modo a garantir sentido ao conceito e aos procedimentos usados (VERGNAUD, 1990).

Assim, as situações apresentadas em um certo campo conceitual oferecem sentido ou não aos conceitos. Tem-se, portanto, a formação de um campo conceitual e não apenas de um conceito.

É dentro desta perspectiva que se torna possível compreender o conceito em ação formulado por B. Há um desvio da própria cronologia, como se o avião voasse voltando no tempo. O estudante firma-se na ideia de fuso horário sendo regido por “um atraso” e lhe escapa que o fuso seria uma hora a menos em relação ao local de destino, ou seja, a Campo Grande. Tanto é que registra em seu teorema em ação que há “uma hora de atraso em Campo Grande”. A solução apresentada à situação é uma composição aditiva do fuso horário com a duração do voo e escapa à lógica matemática e à relação tempo/espaço. A falta de um conjunto de problemas e situações que possibilite lidar com conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados (MOREIRA, 2002), o que leva a uma interpretação equivocada da situação problema e, consequentemente à resposta de que a duração do voo seria de 10 min.

Figura 3: Estudante B.

Cálculo Relacional incorreto/resposta errada

Na Comparação de estados, as situações envolveram o cotejamento de duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido, com base em uma relação positiva ou negativa dessas duas medidas como no problema: Carlos emprestou a Antônio R$300,00. André também possui uma dívida com Carlos, mas supera a dívida de Antônio em R$250,00. Qual a dívida de André? Ao somar a dívida de Antônio no valor de R$300,00 com a de André que abarca R$250,00, tem-se que o *total da dívida de André com o Carlos é de R$550,00.*

Na comparação de estados, envolvendo uma transformação, os verbos dos enunciados exerceram influência na escolha da operação, impulsionaram a elaboração de um teorema em ação verdadeiro para 100% dos alunos, considerando a regra de ação do tipo “se... então...”. Os estudantes somaram a dívida de Antônio com a de André e obtiveram o resultado correto, seja utilizando o Cálculo Relacional (6 participantes) ou em sua ausência (apenas 1). As resoluções elaboradas pelos estudantes B. e C. são típicas;

Figura 04: . Estudante B.

Cálculo Relacional/resposta correta

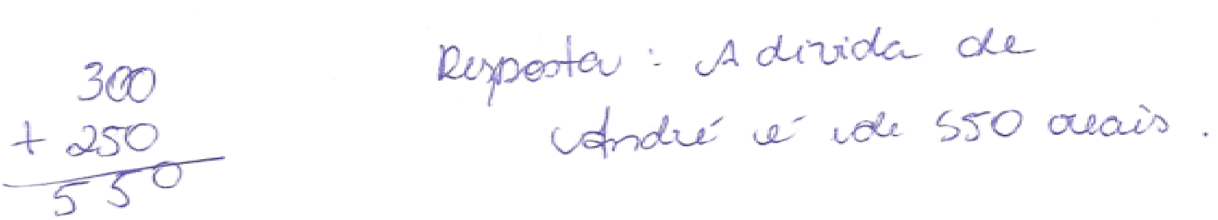


Figura 5: Estudante C.

Sem Cálculo Relacional/resposta correta

A dívida de André é de R$ 550.00

"Pensei e coloquei o resultado". Estudante C

Na composição de duas transformações, os problemas referem a situações em que são dadas duas transformações e, por meio de uma composição entre as duas, se determina a terceira transformação, como se segue: A mãe de Pedrinho colocou algumas laranjas numa cesta para ele levar à sua avó. No caminho, Pedrinho chupou cinco laranjas, mas ficou preocupado, assim parou no sítio do Senhor Raul e colheu mais laranjas. Ao chegar à casa de sua avó, contou as laranjas da cesta e percebeu que havia seis a mais do que a quantidade que sua mãe havia colocado pela manhã. Quantas laranjas Pedrinho pegou no sítio do Senhor Raul? Para chegar ao resultado, somam-se as 5 laranjas que Pedrinho chupou com as 6 laranjas que estavam a mais no cesto e se terá que o total das colhidas no sitio do Sr. Raul é igual a 11 laranjas.

O problema parece mais complexo, em comparação ao anterior, pois a relação entre linguagem e pensamento tonou-se mais complicada. Trata-se de um caso de adição contra intuitivo, isto é, deve-se fazer uma adição, quando o contexto do problema sugere uma subtração. Ademais, na composição de duas transformações, há a ausência de um estado inicial: não se sabe quantas laranjas foram postas na cesta pela mãe de Pedrinho e a exigência de inverter a sequência temporal para organizar os números no algoritmo. Tem-se, ainda, a presença de verbos antônimos: chupar laranjas e colher outras tantas. De todo modo, deveriam ser obstáculos facilmente superados por estudantes da Educação Superior, mas não é o que evidencia o resultado, pois, para 03 estudantes, persistiu a dificuldade de perceber a relação entre as duas transformações, incorrendo em respostas incorretas, conforme exemplifica C..

Figura 6: Estudante C.

Sem cálculo/resposta incorreta

comeu 5 laranjas.
colheu 6 laranjas.
Pedrinho pegou 6 laranjas no sítio.

C afirma que lhe faltou *"uma boa interpretação do problema" e* Vergnaud (apud KATO, 2013) justifica esta dificuldade relacionando ao fato da ausência de um elemento numérico inicial que em nada altera o resultado, mas que mesmo assim confunde a estruturação e solução do problema.

As categorias relativas à transformação ou composição de uma relação, segundo Magina et al. (2008), também são consideradas de problemas mistos, ou combinações de problemas das classes anteriores, como na situação: Qual é o saldo de uma equipe de basquete que marcou 230 pontos e sofreu 251 pontos? Deve-se subtrair os pontos sofridos de 251 dos marcados de 230 para saber que a equipe tem um saldo negativo de 21 pontos e que a equipe sofreu mais pontos do que marcou.

O estabelecimento de relação entre a composição de duas transformações, nesta situação problemática, é facilitado pela presença de verbos antônimos, com mesma polarização, a saber, "sofreu" com sentido de subtração e "marcou" com sentido de adição. A solicitação do saldo de pontos oferece congruência entre o verbo e a operação a ser realizada. O complicador que não ofereceu restrição aos estudantes estava na inversão da sequência temporal marcar/sofrer pontos e que poderia, no caso de crianças pequenas, gerar dificuldade de criar um algoritmo, no qual se tentasse subtrair o número menor do maior. Uma estudante não chegou ao resultado correto, embora tenha raciocinado de modo adequado, equivocou-se em relação à quantidade de pontos marcados (251).

Figura 7: Estudante C.

Cálculo Correto/Resposta incorreta

$$\begin{array}{r} 250 \\ -\,230 \\ \hline -20 \end{array}$$

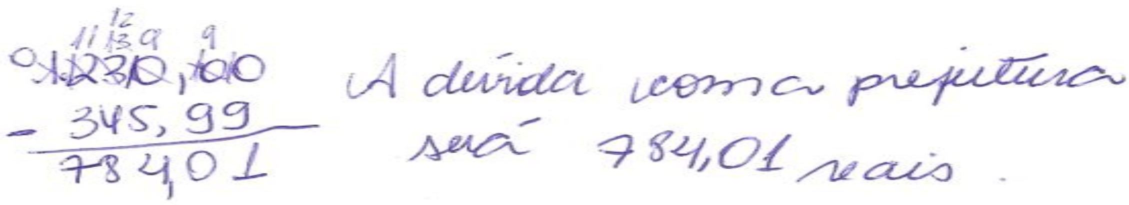
O saldo é -20 pontos negativo.

O problema envolvendo a combinação das classes anteriores foi: Felisberto tem um imóvel em Bertioga e deve R$ 1.230,00 de IPTU (Imposto Territorial Urbano) para a prefeitura desta cidade, que, por sua vez, tem uma dívida trabalhista com Felisberto de R$ 345,99. Se a dívida trabalhista puder ser utilizada para o abatimento no valor do IPTU, qual a dívida de Felisberto com a prefeitura? Ao subtrair da dívida trabalhista de Felisberto (R$ 345,99) do valor a ser pago ao IPTU (R$ 1.230,00), tem-se a dívida final que é de R$ 884,01.

A situação problemática mescla combinações de problemas das classes anteriores, mas não ofereceu maior nível de dificuldade à maioria dos estudantes, pois todos eles realizaram uma operação simples de subtração. Apenas G. estruturou corretamente o esquema do cálculo, mas, ao realizar a operação, demonstrou que, mesmo sendo aluna da Educação Superior, ainda está em processo de internalização de propriedades básicas do sistema de numeração decimal. Necessita realizar operações intermediárias e registrar cada uma delas de modo quase concreto! De fato, a estudante compreende que deve efetuar uma subtração, mas não domina os fatos fundamentais para realiza-la com sucesso.

Figura 8: Estudante G.

Cálculo correto resposta incorreta



Cabe considerar que o funcionamento cognitivo da estudante repousa sobre seus repertórios de esquemas disponíveis, anteriormente formados. Quando um esquema é ineficaz em uma determinada situação, tenta-se alterar o esquema anterior ou mesmo modificam os esquemas iniciais de modo a se adaptar à determinada situação (GUIMARÃES, 2009). A tentativa foi frutífera em termos de raciocínio, mas há um caminho a pavimentar no que tange ao conhecimento do sistema de numeração decimal.

5. Considerações finais

A análise elaborada da resolução das situações problemáticas aplicadas às estudantes de Pedagogia indica que, no cômputo geral, elas ainda apresentam dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva, a despeito do nível de escolaridade alcançado.

O índice de acertos foi menor nos problemas pertencentes à relação de transformação de estados e à relação de composição de duas transformações. Quando o nível de complexidade tornou-se maior, caso da apresentação de um campo conceitual não dominado pelos estudantes (problema envolvendo fuso horário e de adição contra intuitiva) o índice de erros foi maior e, de maneira análoga, na composição de duas transformações, situação em que há a ausência de um estado inicial com a exigência de se inverter a sequência temporal para organizar os números no algoritmo. Esse contexto gerou incongruência entre a operação a ser realizada e os verbos ou expressões portadoras de informação (transformação, comparação de estados e composição de duas transformações). É interessante destacar que Guimarães (2009) encontrou essas mesmas dificuldades ao analisar o modo pelo qual crianças da terceira série do ensino fundamental operam com tais situações problemáticas.

Sabe-se que existem óbices de natureza didática que podem contaminar a resolução dos problemas na situação em que eles são utilizados. A leitura compreensiva e a interpretação do contexto do problema, o desenvolvimento de recursos capazes de desafiar o estudante a mobilizar os esquemas necessários à resolução de problemas de relações diversas; as solicitações para o desenvolvimento da intuição, do cálculo mental, da estimativa, a proposição de situações diversificadas para explorar as contradições das palavras que funcionam como “pistas”, podem ter influenciado o desempenho dos estudantes em maior ou menor grau (GUIMARAES, 2005).

De fato, resolver um problema depende da identificação da relação em jogo, da possibilidade de interpretar o problema ou poder ler e transformar um significado em outro o que pressupõe um invariante subjacente, no nível dos esquemas do sujeito. A linguagem, portanto, está na base da representação dos vários componentes presentes no problema e da identificação da relação entre os elementos do problema. Mas, se a linguagem comunica esquemas, ela não os cria. Ela só tem sentido na presença de esquemas e situações (VERGNAUD, 1990).

Este arcabouço precisa, em se tratando de estruturas aditivas, necessariamente estar dominado, quando o estudante aporta à Educação Superior. Cabe ressaltar que, o Campo Conceitual das estruturas aditivas constitui o conjunto das situações cujo tratamento utiliza uma ou várias adições ou subtrações acrescido do conjunto dos conceitos e teoremas que permitem uma análise dessas situações como tarefas matemáticas (VERGNAUD, 2001), sendo um campo dos mais elementares na matemática.

Ainda que os resultados apresentados pareçam positivos já que os problemas propostos foram respondidos a contento pela maior parte dos estudantes pesquisados, os erros em problemas de estrutura aditiva detectados compreendem dificuldades importantes mesmo em alunos da Educação Básica. Considerando que a investigação se deu em estudantes em formação do curso de pedagogia nos últimos semestres, esta realidade torna-se dramática.

6. Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Elissandra de Oliveira de. **Como as crianças constroem procedimentos matemáticos: reconcebendo o fazer matemática na escola entre modelos e esquemas**. Universidade de Brasília, Brasília, 2006. Pg.44-54.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática /Secretaria de Educação Fundamental.** –Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARDOSO, Valdinei Cezar. **Um estudo no campo conceitual de Vergnaud aplicado às matrizes: uma investigação acerca dos invariantes operatórios**. REVEMET. Ed. Especial: Florianópolis, 2013.

GUIMARÃES, Sheila Denize. **A Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva de Alunos de 3ª série do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. UCDB. Campo Grande, 2005.

GUIMARAES, Sheila Denize. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do ensino fundamental. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática.** V4. 1, p.5-17, UFSC: 2009.

GODINO, Juan D. La Teoría de los Campos Conceptuales. Gérard Vergnaud. CNRS y Université René Descartes. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170, 1990.

JUSTO, Justa Cornélio Reuwsaat. DORNELES. Beatriz Vargas. Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades da ação docente. **Acta Scientiae**, v.12, n.2, jul./dez. 2010.

MAGINA, Sandra. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente.** Editora Unicamp. São Paulo: 2008.

MARTINS, Geniane Lúcia Ribeiro. **A Construção das Estruturas Aditivas junto a Estudantes de 3º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública.** Dissertaçao de Mestrado. Universidade de Brasília, 2013.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área (Vergnaud's conceptual field theory, science education, and research in this area). **Investigações em Ensino de Ciências**. Rio Grande do Sul. Ed. UFRGS, 2002. Pg. 7-29.

KATO, Lilian Akemi. et al. Estratégias de resolução em problemas do Campo Conceitual Aditivo: um estudo com alunos ingressantes nos Cursos de Ciências Exatas. **BOLETIM GEPEM**. Paraná, 2013.

RUFINO, Maria Aparecida da Silva. FELICIANO, Maria Selma. SILVA, José Roberto da. Os Campos Conceituais de Vergnaud e a Leiturização dos Problemas Matemáticos de Estrutura Aditiva. **X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade**. Salvador. UPE, 2010.

SANTANA, Eurivalda R. dos S. CORREIA, Diná da Silva. **Um Estudo sobre o Domínio das Estruturas Aditivas nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental no Estado da Bahia**. Estudos IAT, Salvador, 2012, p. 233-246.

SILVA, Ana Paula Bezerra da. Problemas aditivos de ordem inversa: uma proposta de ensino. U F R P**. XIII CIAEM-IACME**, Recife, 2011.

VERGNAUD, Gerard. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas.** Instituto Superior de Psicologia Aplicada. 1986. Pag. 75-90.

VERGNAUD, G. La Théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathematiques,** *Vol. 10, no 2.3,* 1990.

VERGNAUD, Gerard. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. Long term and short ter in mathematics learning. **Educar em Revista. Ed**. UFPR: Curitiba, 2001.